

# 効用関数の進化的基盤:

## 進化的計算による分析

高木英至 : 埼玉大学教養学部

キーワード : 効用関数, プロスペクト理論, 進化的計算

### 1. 問題の所在

#### 1.1 プロスペクト理論

Kahneman と Tversky らによるプロスペクト理論 (ないし行動経済学) は古典的なマイクロ経済学が基盤とする「選択」のメカニズムに対して重要な挑戦を提起している。古典的な経済学では、行為者は自己の効用関数から総資産の評価を行い、その総資産の評価から選択が生じると仮定する。その評価は行為者に固有の効用関数に基づき、効用関数はしばしば、上方に凸の形態 (限界代替率ないし限界効用の逓減) であることが仮定される。対してプロスペクト理論は、大まかに言えば、次の前提によって古典的経済学理論に対峙している。

① 選択の評価 (効用関数) は総資産額によってではなく参照点 (e.g., 現状) を基準にした変化への評価によってなされる。② 参照点から見た gain であるか loss であるかによって適用される効用関数が異なる。概して人は loss に対してより敏感である。③ 不確実性が導入される選択事態では、確率も重み付け評価の関数によって評価される。

効用関数として次のような関数が例示されることもある。

$$u(x) = \begin{cases} x^\alpha, & \text{if } x \geq 0 \\ -\lambda (-x)^\beta, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

次はパラメータの1つの例示である (図1)。

$$\alpha = \beta = 0.88, \lambda = 2.25$$

#### 1.2 意思決定の適応理論

本研究の目的は進化的な適応の観点から上記のプロスペクト理論の主張を検討することにある。この観点は次のような根拠を用意する。判断事態が量的 (金額や確率など) に表現されるなら、人はプロスペクト理論が仮定するように、結果の価値の評価 (効用関数) や可能性の評価 (確率の重みづけ関数) を用いて判断するだろう。しかしそれらの関数は行為者に固有に備わっているというより、行為者が適応反応として獲得し、状況に応じて使い分けられていると見るべきものだろう。例えばプロスペクト理論では、効用関数の仮定によって、

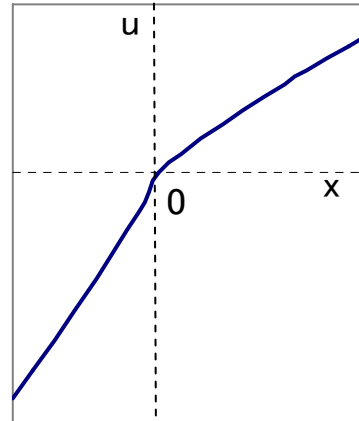


図1: プロスペクト理論が想定する効用関数

ある額の獲得より同じ額の喪失の回避の方が行為者にとって重要となる。が、こうした損失回避反応は、損失によって行為者の生存が危うくなる事情に基づく適応的な戦略と見ることができるだろう。

本研究はこうした観点からプロスペクト理論の効用関数の形状などが進化的に生成されるか否かを、計算機実験によって評価しようとする。

### 2. 方法 (計算モデル)

#### 2.1 判断事態

以下の計算機実験では計算上のエージェントに次のような選択肢を複数提示する。

$$[a, p; -b, 1-p]$$

すなわち、この選択肢を選べば利得  $a$  の結果と利得  $-b$  の結果が生じ得る ( $a, b \geq 0$ )。それぞれが生じる確率は  $p$  と  $1-p$  である。利得の  $a$  と  $-b$  はエージェントの効用関数によって評価される ( $u(a), u(-b)$ )。また、 $p$  と  $1-p$  もエージェントの重みづけ関数  $w$  によって評価されると考える ( $w(p), w(1-p)$ )。ただしプロスペクト理論に従い、 $w(p) + w(1-p) = 1$  という制約はない。

エージェントには1回のラウンドで10個の選択肢が提示

され、自己の判断基準 ( $u$  と  $w$ ) に従って1つを選ぶ。選んだ選択肢の  $p$  の値をそのまま用いて結果が  $a$  か  $-b$  かが決まる。出た結果の値がエージェントの、そのラウンドでの利得となる。

$p$  は  $[0, 15/15]$  を一様乱数に従って選ぶ (可能な値は16個)。  $a$  は  $[0, 12.0]$ ,  $b$  は  $[0, 10.0]$  の一様乱数で決める。なお、10個の選択肢のうち1つは  $[3, 14/15; -3, 1/15]$  である。従ってどのような選択肢が並ぼうと、判断基準が適切であれば、1ラウンド当たり期待値 2.6 の利得は獲得することができる。

## 2. 2 戦略

エージェントの戦略は88の2進数の次元から成り立つ。効用関数には上式をそのまま用い、 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  のためにそれぞれ8次元を使う。確率は  $[0.0, 1.0]$  で  $1/15$  刻みで生じ、その間の16の値に対する  $w$  の値も4次元の2進数で決まる。

## 2. 3 計算手順

1000のエージェントを仮定する。1つのラウンドで各エージェントは1回の選択を行い、1世代で500ラウンドを繰り返す。500ラウンドの利得の合計がエージェントのその世代での利得である。「生存基準」がある条件では (後述)、生存基準を充たせなかったエージェントは「死ぬ」。

世代の終わりで生き残ったエージェントの中から利得比例確率で「両親」を選び、交差を施して次の100世代のエージェントを生成する。交差後、新エージェントの戦略の各次元に突然変異を施す。

## 2. 4 実験計画

先の適応性のアイデアを検証するため、「生存基準」のある条件とない条件を導入した。生存基準を充たせぬ場合とは、過去10ラウンドの利得合計が基準 (合計10) に達さないことである。生存基準のある条件では、生存基準を充たせなければ次世代の「親」にはならない。各条件につき、1000世代までの試行を20回繰り返した。

## 3. 結果

この計算では課題自体が確率的であるため、1000世代を経てもエージェント間でパラメータの値にある程度の変異がある。エージェントの最終のパラメータ値の平均をとり、

表1:パラメータの平均値

	$\alpha$		$\beta$		$\lambda$	
	平均	信頼区間	平均	信頼区間	平均	信頼区間
生存基準あり	0.73	[0.69,0.77]	1.35	[1.22,1.48]	3.21	[2.90,3.52]
生存基準なし	1.37	[1.26,1.48]	1.00	[0.83,1.16]	2.98	[2.68,3.26]

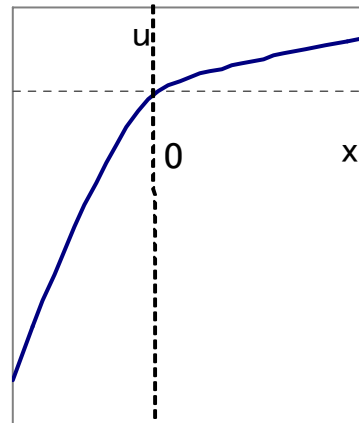


図2: 計算上の効用関数 (生存基準あり)

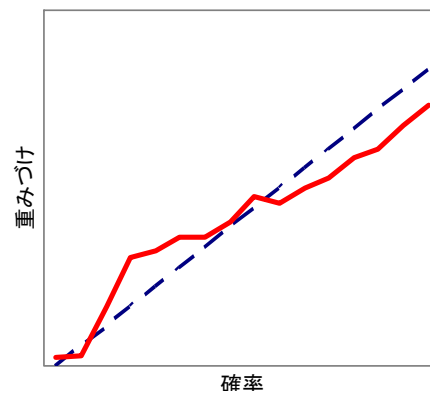


図3: 確率重みづけ (生存基準なし)

その平均値が条件ごとにどの範囲にあるかを計算した。結果を表1に示す。計算された値はプロスペクト理論の想定に近いが、生存基準あり条件で  $\beta$  の値が、生存なし条件で  $\alpha$  の値が、それぞれ 1.0 を超えている点が想定とは異なる。

生存基準の導入は効用関数を危険回避的に、確率重みづけ関数をより鋭敏に (傾きを高く) する効果を持った。生存基準あり条件での効用関数を図2に示す。図2の関数形状は古典的理論における危険回避的な (上方に凸な) 効用関数に近い結果となった。確率重みづけ関数を図3に示す。低い (高い) 確率値の範囲で重みづけが確率値より高い (低い) 点ではプロスペクト理論の想定を再現している。

## 4. 考察

本研究の計算機実験は、既述の適応理論のアイデアの通り、生存を脅かす要素の導入が効用関数を危険回避的にすることを示した。計算結果はプロスペクト理論の想定を再現する傾向にある。しかし結果は計算条件の設定に依存する可能性があり、さらに検討が必要である。